

Kvadratna funkcija



Kvadratna funkcija (polinom II. stupnja) je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ oblika

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ gdje su } a \neq 0, b \text{ i } c \text{ realni brojevi.}$$

Graf polinoma II. stupnja zove se parabola.



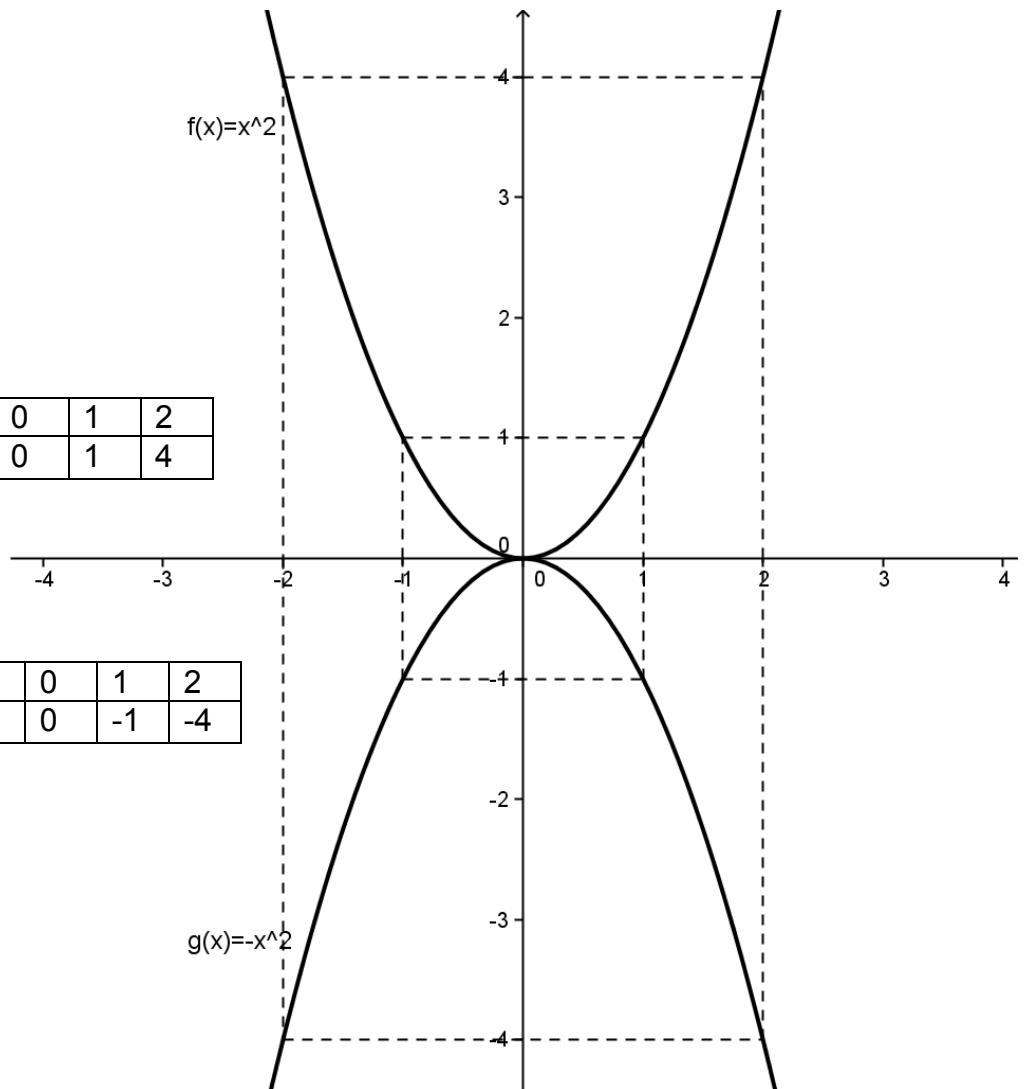
1. Graf funkcije

I. $f(x) = ax^2$

Prvo nacrtajmo osnovnu funkciju $f(x) = x^2$ i $g(x) = -x^2$ tablicom kako smo naučili u osnovnoj školi.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$	4	1	0	1	4

x	-2	-1	0	1	2
$g(x) = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4



Promatrajmo razvoj parabole od osnovne funkcije $f(x) = x^2$ do $f(x) = ax^2$

Pogledajmo na konkretnim primjerima:

$$f(x) = x^2$$

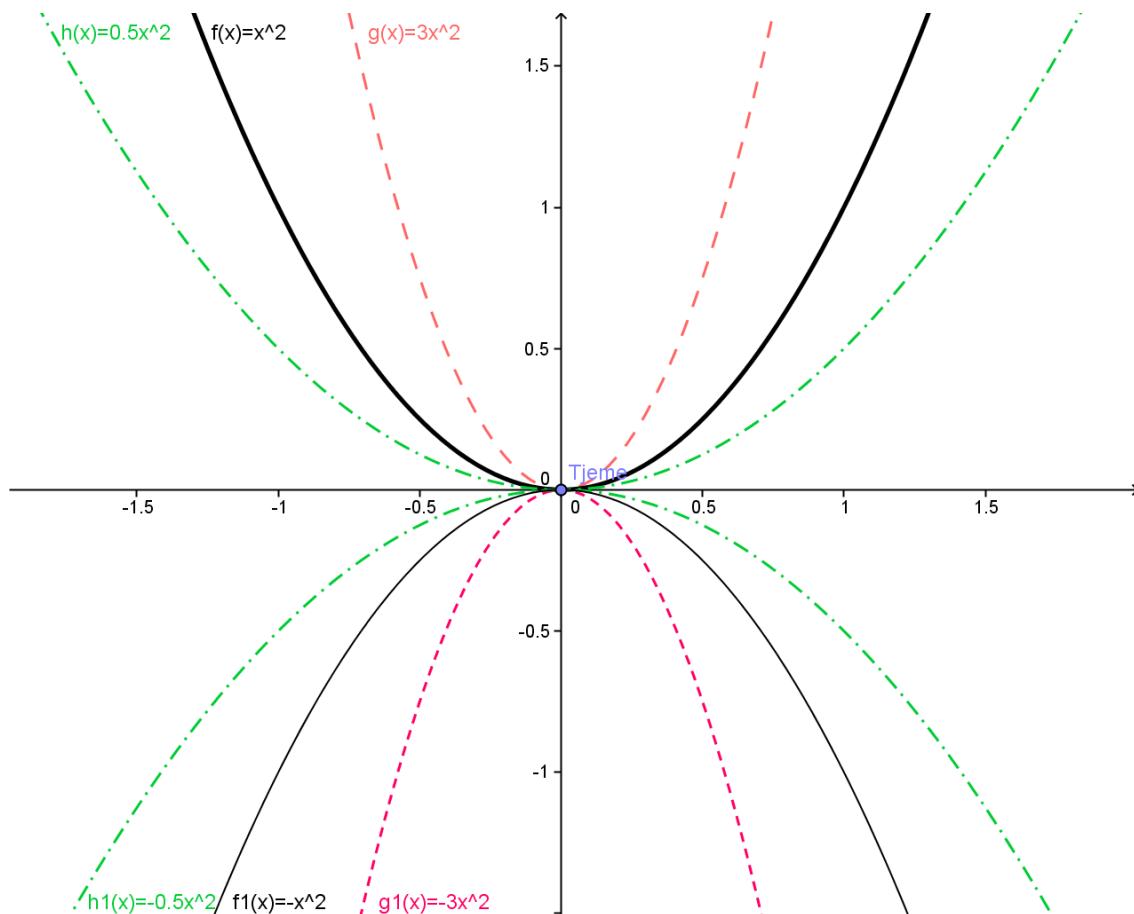
$$g(x) = 3x^2$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2$$

$$f_1(x) = -x^2$$

$$g_1(x) = -3x^2$$

$$h_1(x) = -\frac{1}{2}x^2$$



Na slici se jasno vidi kako je izgled parabole ovisan o parametru a .

Ako je:

- $a > 0 \Rightarrow$ otvor parabole je okrenut prema gore
- $a < 0 \Rightarrow$ otvor parabole je okrenut prema dolje.



Ako je:

- $a > 1$ ili $a < -1$ ili $|a| > 1 \Rightarrow$ otvor parabole je uži od otvora parabole $f(x) = \pm x^2$
- $-1 < a < 1$ ili $|a| < 1 \Rightarrow$ otvor parabole je širi od otvora parabole $f(x) = \pm x^2$

Ali tjeme parabole se ne pomiče iz ishodišta.



Za vježbu nacrtati grafove funkcija pomoću tablice kao za $f(x) = x^2$, $f_1(x) = -x^2$
sljedećih funkcija:

$$g(x) = 4x^2 \quad h(x) = \frac{1}{4}x^2$$

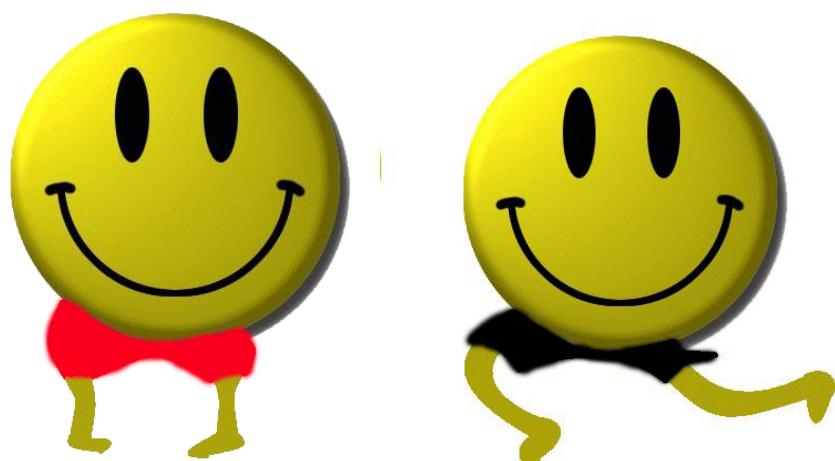
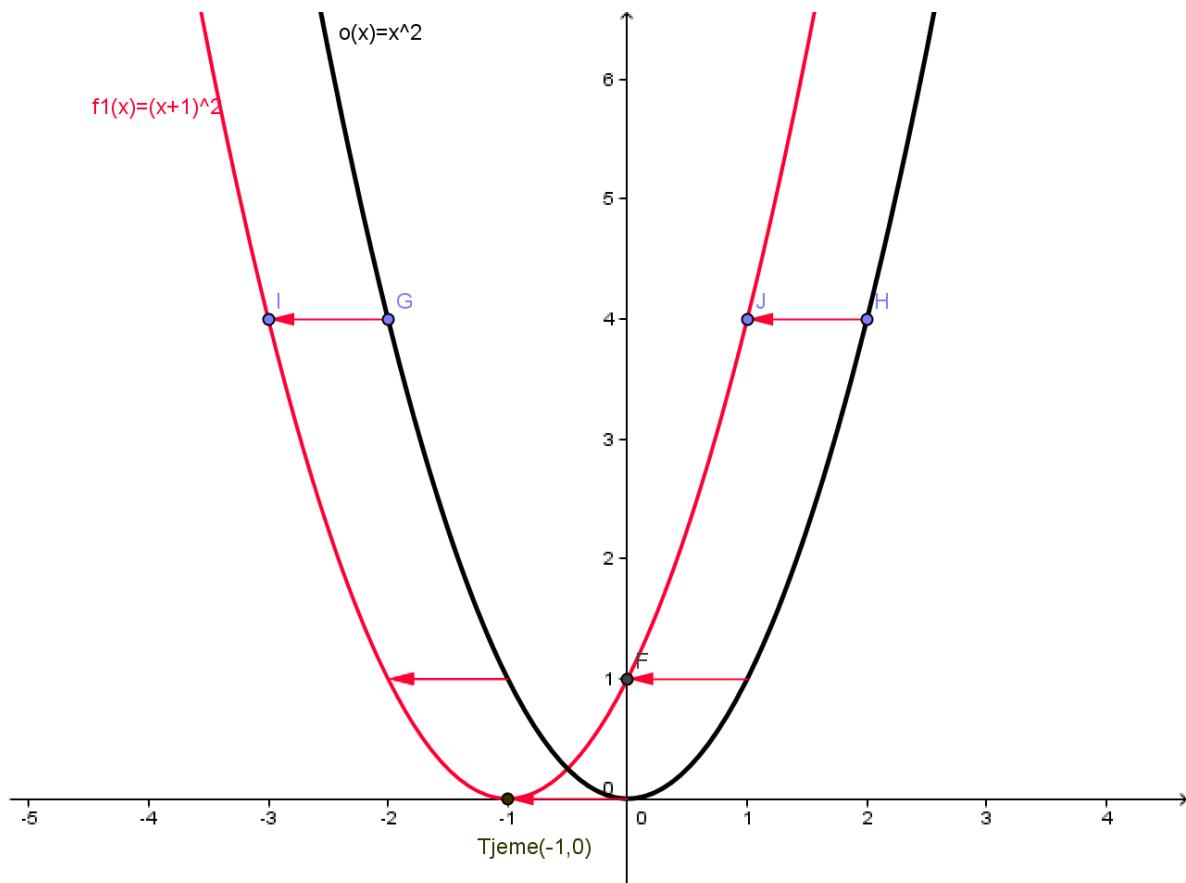
$$g_1(x) = -4x^2 \quad h_1(x) = -\frac{1}{4}x^2$$



$$\text{II. } f(x) = a(x-x_0)^2$$

Pomicanje tjemena parabole po osi x (apscise) se dešava ako proširimo formulu $f(x) = ax^2$ na $f(x) = a(x - x_0)^2$

Pogledajmo najprije jednostavnu translaciju parabole $o(x) = x^2$ u $f(x) = (x+1)^2$ za 1 u lijevo.



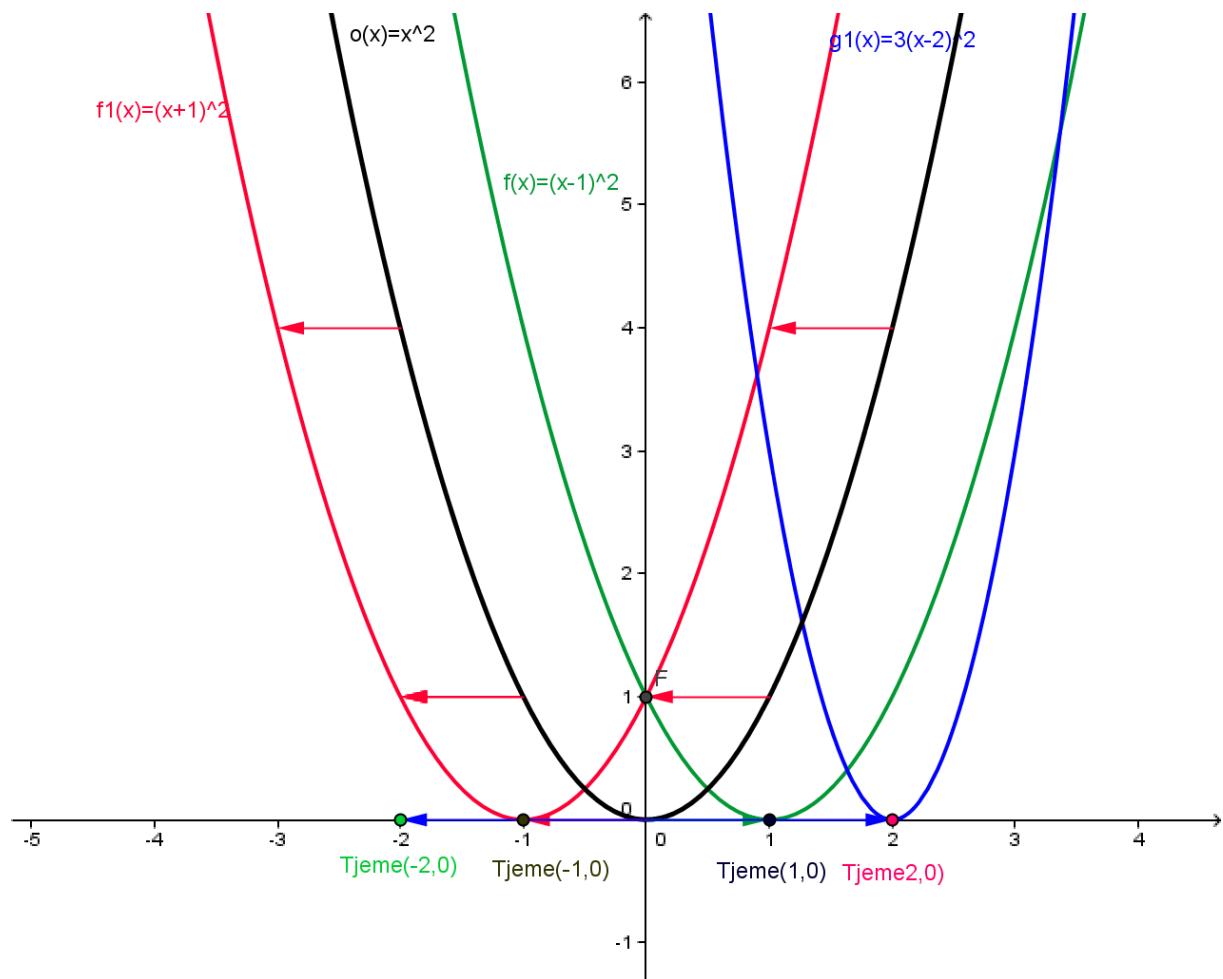
A sada pogledajmo pomicanje lijevo i desno od ishodišta parabola:

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$f_1(x) = (x-1)^2$$

$$g(x) = 3(x+2)^2$$

$$g_1(x) = 3(x+2)^2$$



Lako možemo zaključiti da je tjeme parabole u točki $T(x_0, 0)$.



Za vježbu nacrtati grafove funkcija pomoću translacije osnovne funkcije za x_0 po osi x sljedeće funkcije :

$g(x) = 4(x-2)$	$h(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2$
-----------------	-----------------------------



III. $f(x) = ax^2 + y_0$

Pomicanje tjemena parabole po osi y (ordinate) se dešava ako proširimo formulu $f(x) = ax^2$ na $f(x) = ax^2 + y_0$, a koordinate tjemena su u točki $T(0, y_0)$.

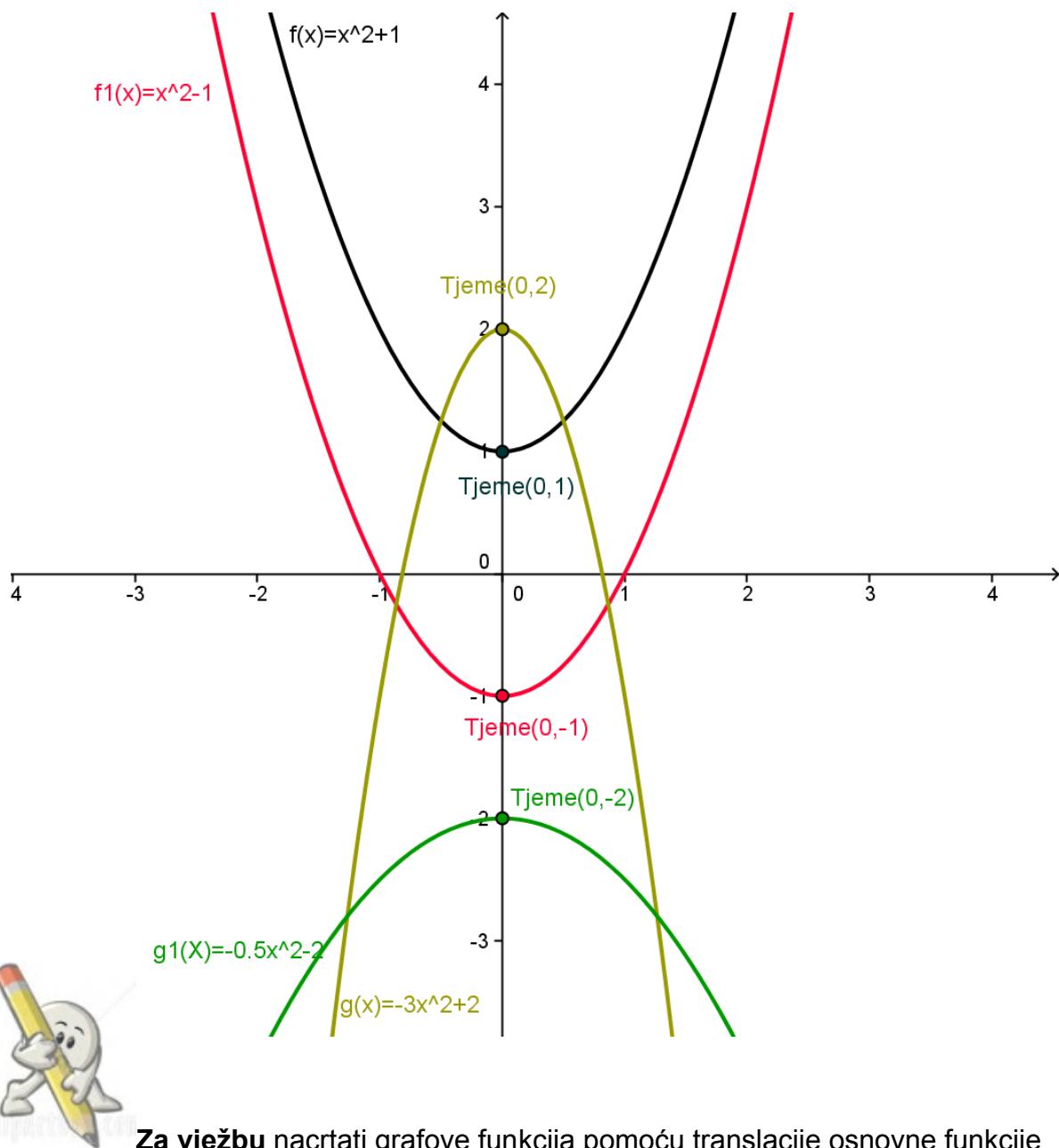
Pogledajmo na konkretnim primjerima:

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g(x) = -3x^2 + 2$$

$$f_1(x) = x^2 - 1$$

$$g_1(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2$$



Za vježbu nacrtati grafove funkcija pomoću translacije osnovne funkcije za y_0 po osi y sljedeće funkcije :

$$g(x) = 4x^2 - 3$$

$$h(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$$



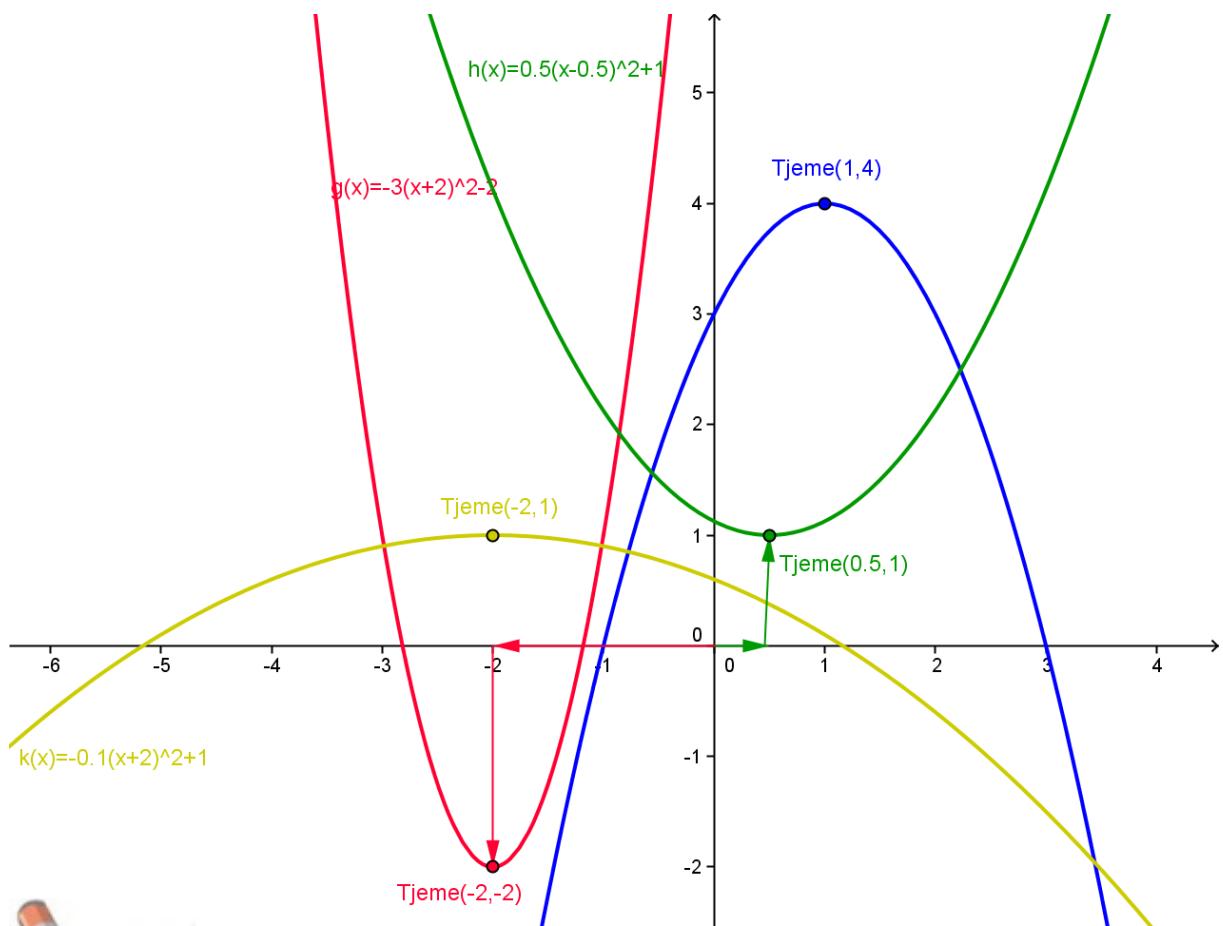
$$\text{IV. } f(x) = a(x-x_0)^2 + y_0$$

Kada oblik funkcije pod I. i pod II. spojimo u jednu formulu dobivamo:

$f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$ koja ima tjeme u točki $T(x_0, y_0)$, jer se tom formulom tjeme iz ishodišta translatira za x_0 udesno ili uljevo po osi x, ovisno o predznaku x_0 i y_0 gore ili dolje po osi y, ovisno o predznaku y_0 .

Pogledajmo na konkretnim primjerima:

$$f(x) = -(x-1)^2 + 4 \quad g(x) = 3(x+2)^2 - 2 \quad h(x) = \frac{1}{2}(x-\frac{1}{2})^2 + 1 \quad k(x) = -\frac{1}{10}(x-1)^2 + 1$$



Za vježbu nacrtati grafove funkcija pomoću translacije osnovne funkcije funkcije za x_0 po osi x i za y_0 po osi y sljedeće funkcije :

$g(x) = 4(x-2)^2 - 3$	$h(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 2$
-----------------------	---------------------------------



V. $f(x) = ax^2 + bx + c$

Primjećujemo da neke parbole sijeku os x, a neke ne. Točke presjeka grafa funkcije sa osi x nazivamo nul točke funkcije, a dobivamo ih kao rješenja jednadžbe: $f(x) = 0$.

Ako $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$

razvijimo dobivamo: $f(x) = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0$

pa ako zamijenimo $-2ax_0 = b$ i $ax_0^2 + y_0 = c$

dobivamo izraz: $f(x) = ax^2 + bx + c$,

Ako taj izraz uvrstimo u $f(x) = 0$

dobivamo poznati izraz za kvadratnu jednadžbu: $ax^2 + bx + c = 0$

koja ima rješenja:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

koji predstavljaju nul točke polinoma drugog stupnja.

A iz parametara a, b i c možemo izraziti koordinate tjemena $T(x_0, y_0)$ kao:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}, y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

Kako bi postojanje nul točaka ovisilo o rješenju kvadratne jednadžbe?

Jednostavno. To je nešto već znamo iz rješenja kvadratne jednadžbe.

Ako je diskriminanta $D = b^2 - 4ac \geq 0$ onda jednadžba ima realna riješena koja jedino možemo ucrtati u koordinatni sustav, pa nam to postaje kriterij za određivanje postojanja nul točaka.

Dakle ako je:

- $D = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow$ ne postoje nul točke kvadratne funkcije
- $D = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ kvadratna funkcija ima dvije nul točke
- $D = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow$ kvadratna funkcija ima jednu nul točku koje je i tjeme te funkcije.

Hajdemo sada još utvrditi kriterije koji su nam dovoljni da bi jednoznačno odredili i nacrtali parabolu.

1. Odrediti koordinate tjemena: $T(x_0, y_0) = T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$
2. Naći nul točke parabole: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 - Ako postoje dvije nul točke ($D > 0$) onda je to dovoljno elemenata za nacrtati parabolu



- Ako ne postoje nul točke ($D < 0$) ili je dvostruka nul točka ($D = 0$) potrebe su nam još dvije točke funkcije da bi je mogli nacrtati. Najjednostavnije je uzeti za x vrijednosti $x_{1,2} = x_0 \pm a, a \in \mathbb{R}$ i odrediti $f(x_{1,2})$, pri čemu zbog simetričnosti grafa parabole obzirom na pravac $x = x_0$ vrijedi $f(x_1) = f(x_2)$

Pogledajmo taj postupak na primjerima:

Primjer 1.

a) Nacrtaj graf funkcije $f(x) = x^2 - 7x + 6$ $x = x_0$.

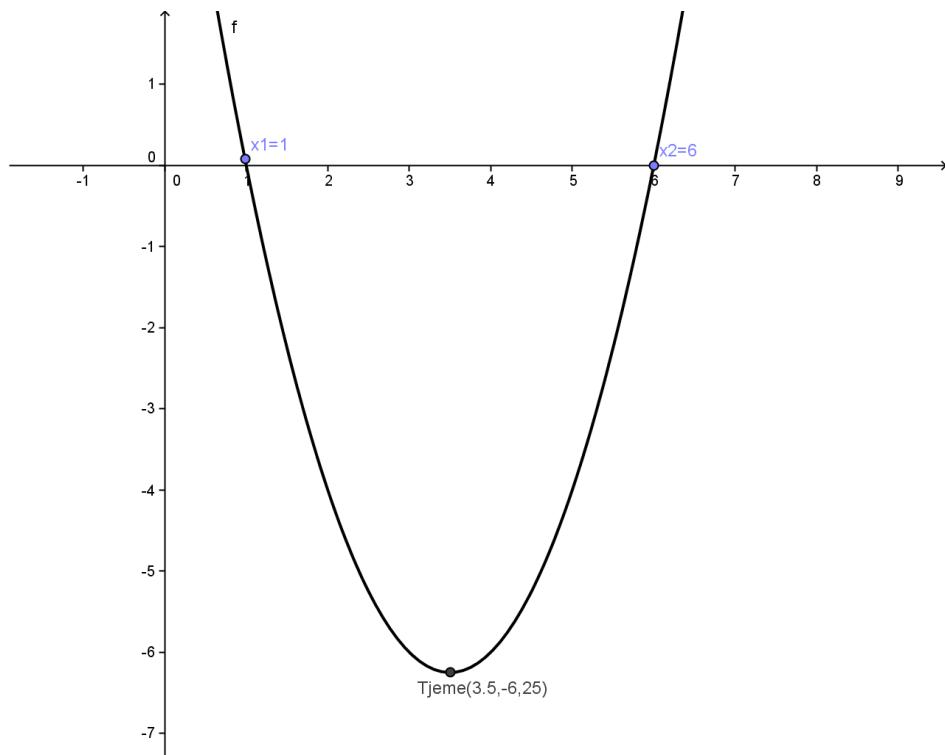
Koordinate tjemena:

$$T(x_0, y_0) = T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = T\left(-\frac{-7}{2 \cdot 1}, \frac{4 \cdot 1 \cdot 6 - (-7)^2}{4 \cdot 1}\right) = T\left(\frac{7}{2}, -\frac{25}{4}\right)$$

Nul točke parabole:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} \Rightarrow \begin{aligned} x_2 &= \frac{12}{2} = 6 \\ x_1 &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

Ucrtajmo zadane točke u koordinatni sustav: I kroz uctrane točke povučemo graf parabole.



b) Nacrtaj graf funkcije $f(x) = x^2 - 8x + 16$.

Koordinate tjemena: $T(x_0, y_0) = T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = T\left(-\frac{-8}{2 \cdot 1}, \frac{4 \cdot 1 \cdot 16 - (-8)^2}{4 \cdot 1}\right) = T(4, 0)$

Nul točke parabole:

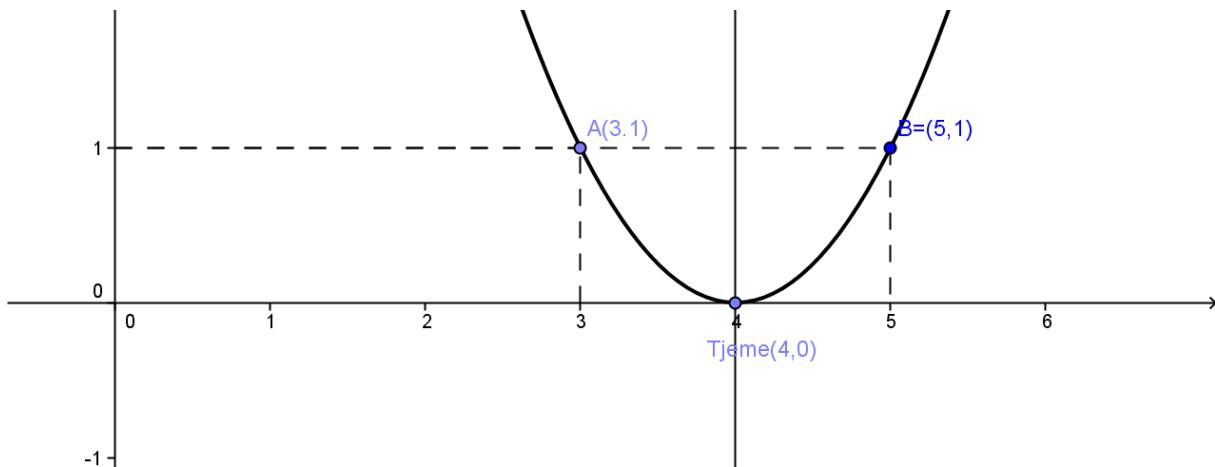
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 0}{2} \Rightarrow x_1 = x_2 = 4$$

Kako su nul točka jednake, potrebno je izračunati još dvije vrijednosti funkcije u

$$x_{1,2} = x_0 \pm a = 4 \pm 1 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 5 \text{ i izračunati: } f(3) = f(5) = 3^2 - 8 \cdot 3 + 16 = 1$$

I dobili smo dvije točke A(3,1) i B(5,1)

Ucrtajmo zadane točke u koordinatni sustav: I kroz utrane točke povučemo graf parabole.



Na grafu nam postaje jasno da je dovoljno izračunati vrijednost funkcije samo u jednoj točki x_1 ili x_2 od dvije simetrične točke u odnosu na os simetrije parabole

$$x = x_0$$



Za vježbu nacrtati grafove funkcija:

$$f(x) = 4x^2 - 16x + 13$$

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

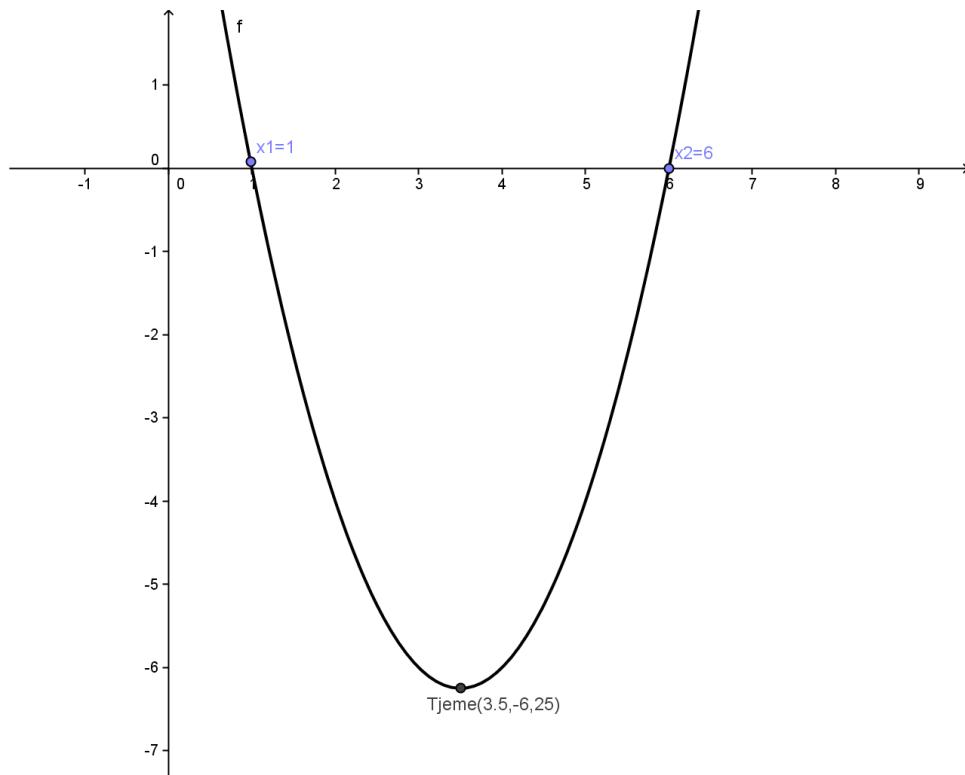
$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$



Tok funkcije

Pozabavimo se još tokom funkcije: Kada funkcija pada, a kada raste, gdje joj je točka ekstrama: minimum ili maksimum. Za koje vrijednosti argumenta, vrijednosti funkcije poprimaju pozitivne, a za koje negativne vrijednosti?

Pogledajmo to na već nacrtanoj funkciji u Primjeru 1 pod a)



Iz crteža je jasno da funkcija pada za $x < 3,5$, a raste za $x > 3,5$ i da je funkcija pozitivna (graf joj je iznad osi x) za $x \in (-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$, a negativna za $x \in (1, 6)$. Iz grafa možemo očitati da je tjeme maksimum parabole.

Kako bi to mogli prikazati tablicom:

x	$-\infty$	\nearrow	$x_0 = 3,5$	\nearrow	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	$y_0 = -6,25$	\nearrow	$+\infty$
Minimum (3,5, -6,25)					

x	$-\infty$		$x_1 = 1$		$x_2 = 6$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	> 0	$f(x_1) = 0$	< 0	$f(x_2) = 0$	> 0	$+\infty$



Primjenimo nove spoznaje na graf funkcije $f(x) = -4x^2 + 7x - 3$.

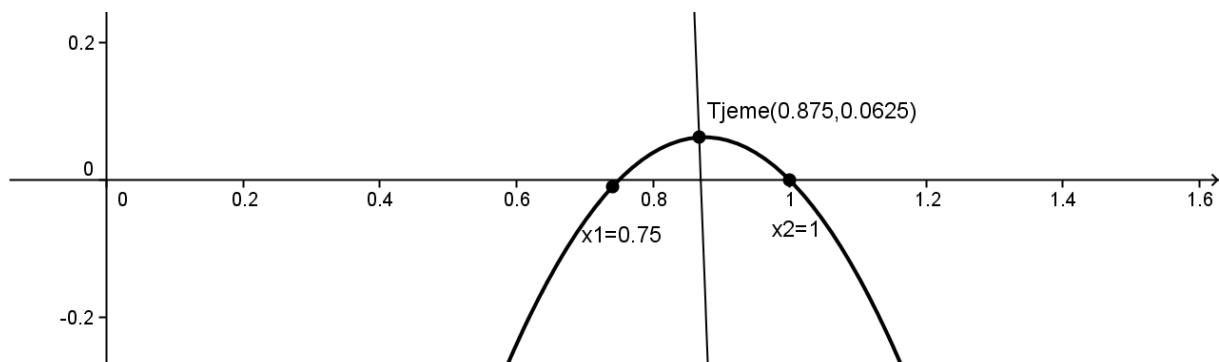
Koordinate tjemena:

$$T(x_0, y_0) = T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = T\left(-\frac{7}{2 \cdot (-4)}, \frac{4 \cdot (-4) \cdot (-3) - 7^2}{4 \cdot (-4)}\right) = T\left(\frac{7}{8}, \frac{1}{16}\right)$$

Nul točke parabole:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-4)} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{-8} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= 1 \\ x_2 &= \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Ucrtajmo zadane točke u koordinatni sustav: I kroz uctrane točke povučemo graf parabole.



Prikažimo tok funkcije tablicama:

x	$-\infty$	\nearrow	$x_0 = 0.75$	\nearrow	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	\nearrow	$y_0 = 0.0625$	\searrow	$+\infty$
Maksimum (0.75,0.0625)					

x	$-\infty$		$x_1 = 0.75$		$x_2 = 1$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	< 0	$f(x_1) = 0$	> 0	$f(x_2) = 0$	< 0	$+\infty$



Za vježbu za nacrtane grafove funkcija iz poglavlja 1.V. napisati tok funkcije.





Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

Prvo pogledajmo primjer koji detaljno ponavlja izračunavanje podataka potrebnih za crtanje grafa funkcije i određivanje toka funkcije.

Primjer 1.

Dana je funkcija $f(x) = -x^2 - x + 2$.

- Koji je vodeći (kvadratni) koeficijent ove funkcije? Kako nazivamo graf kvadratne funkcije? Koji je njen položaj?
- Kolika je diskriminanta pripadajuće kvadratne jednadžbe? Što nam ona govori o vrsti nultočki funkcije?
- Kako glase nultočke funkcije?
- Kako glasi tjeme funkcije? Koji ekstrem funkcija dostiže u apscisi tjemena?
- Skiciraj graf funkcije.
- Prouči tok funkcije.

Rješenje:

a)



Vodeći (kvadratni) koeficijent ove funkcije je $a = -1$. Graf kvadratne funkcije zovemo parabola. Kako je $a < 1$ graf parabole je otvorom okrenut prema dolje.

b)

Pripadajuća kvadratna jednadžba je $-x^2 - x + 2 = 0$

Diskriminanta te jednadžbe je $D = b^2 - 4ac$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2 = 1 + 8 = 9 > 0 \Rightarrow \text{parabola ima dvije nul točke.}$$

Ako je $D < 0 \Rightarrow$ parabola nema nul točki

Ako je $D = 0 \Rightarrow$ parabola ima jednu nul točku.

c)

c) Nul točke kvadratne jednadžbe dobivamo rješavanjem pripadajuće kvadratne jednadžbe: $-x^2 - x + 2 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot (-1)} = \frac{1 \pm 3}{-2} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{array} \text{ su nul točke.}$$

d)

Točka tjemena ima formulu $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

$$T\left(-\frac{-1}{2 \cdot (-1)}, \frac{4 \cdot (-1) \cdot 2 - (-1)^2}{4 \cdot (-1)}\right) = T\left(-\frac{1}{2}, \frac{-9}{-4}\right) = T\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

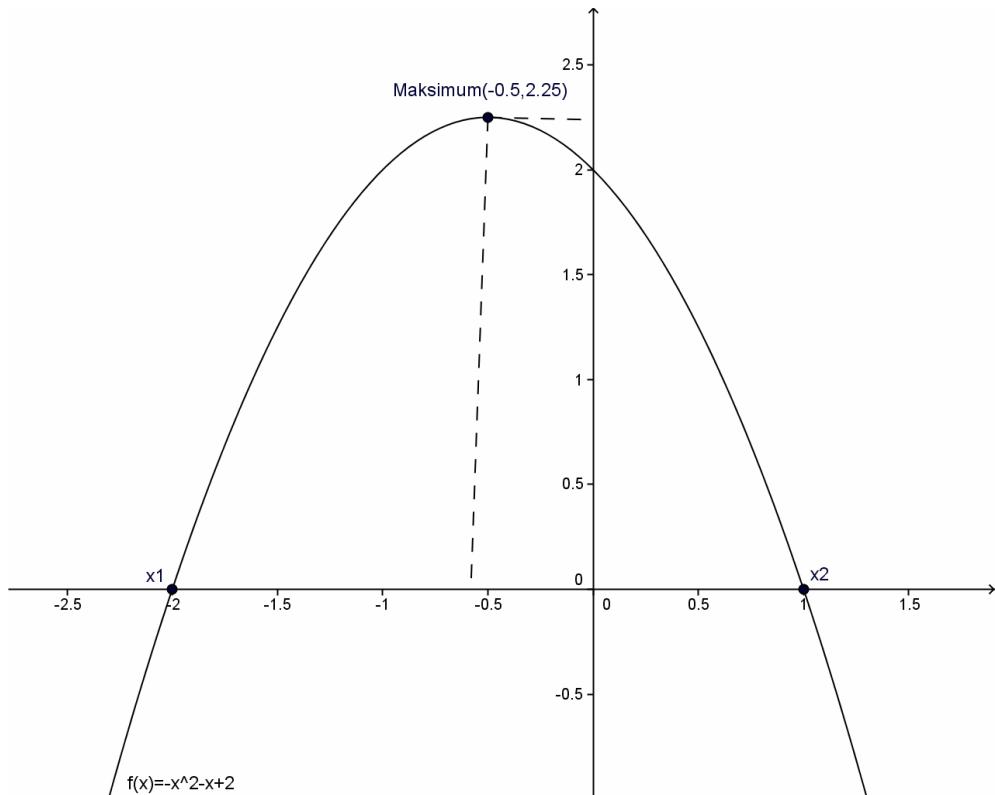




Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

Kako je otvor grafa parabole prema dolje, u tjemenu ona postiže vrijednost maksimum.

e)



f)

x	$-\infty \nearrow x_0 = -\frac{1}{2} \nearrow +\infty$
$f(x)$	$+\infty \nearrow y_0 = \frac{9}{4} \searrow +\infty$
<i>Maksimum</i> $\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$	
Ili drugačije napisano:	
$f \nearrow \forall x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \text{ i } f \searrow \forall x \in \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$	

x	$-\infty$		$x_1 = -2$		$x_2 = 1$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$f(x) < 0$	$f(x_1) = 0$	$f(x) > 0$	$f(x_2) = 0$	$f(x) < 0$	$+\infty$





Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

Zadatci za vježbu:

1. Dane su funkcije

a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

b) $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 5$

d) $f(x) = 2x^2 - x - 1$

e) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

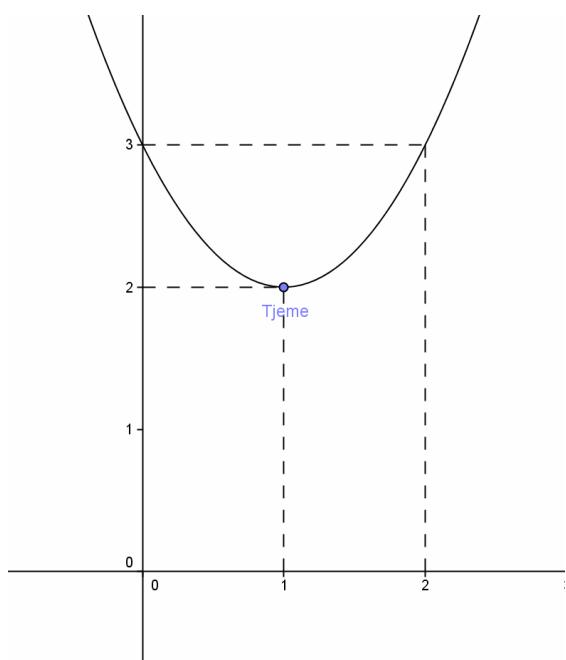
f) $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

Za svaku od zadanih funkcija odredi:

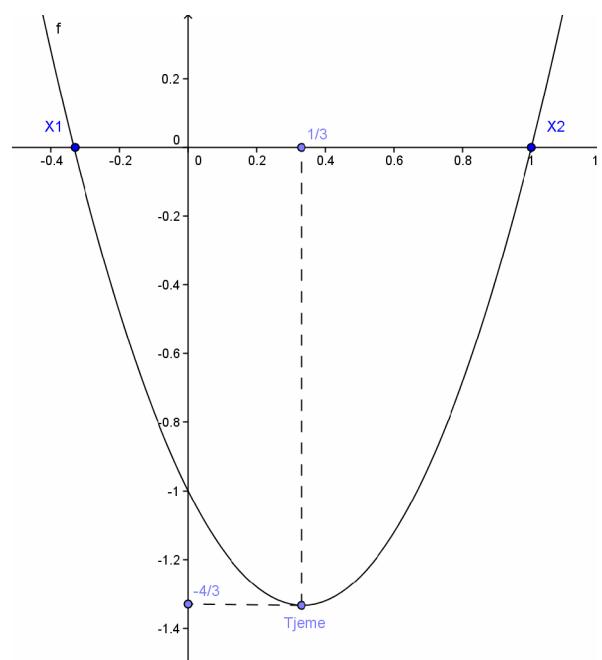
- Koiji je vodeći (kvadratni) koeficijent ove funkcije? Kako nazivamo graf kvadratne funkcije? Koji je njen položaj?
- Kolika je diskriminanta pripadajuće kvadratne jednadžbe? Što nam ona govori o vrsti nultočki funkcije?
- Kako glase nultočke funkcije?
- Kako glasi tjeme funkcije? Koji ekstrem funkcija dostiže u apscisi tjemena?
- Skiciraj graf funkcije.
- Prouči tok funkcije.

Pomoć: Za svaku od navedenih funkcija dan je graf da bi mogli provjeriti svoja rješenja.

a)



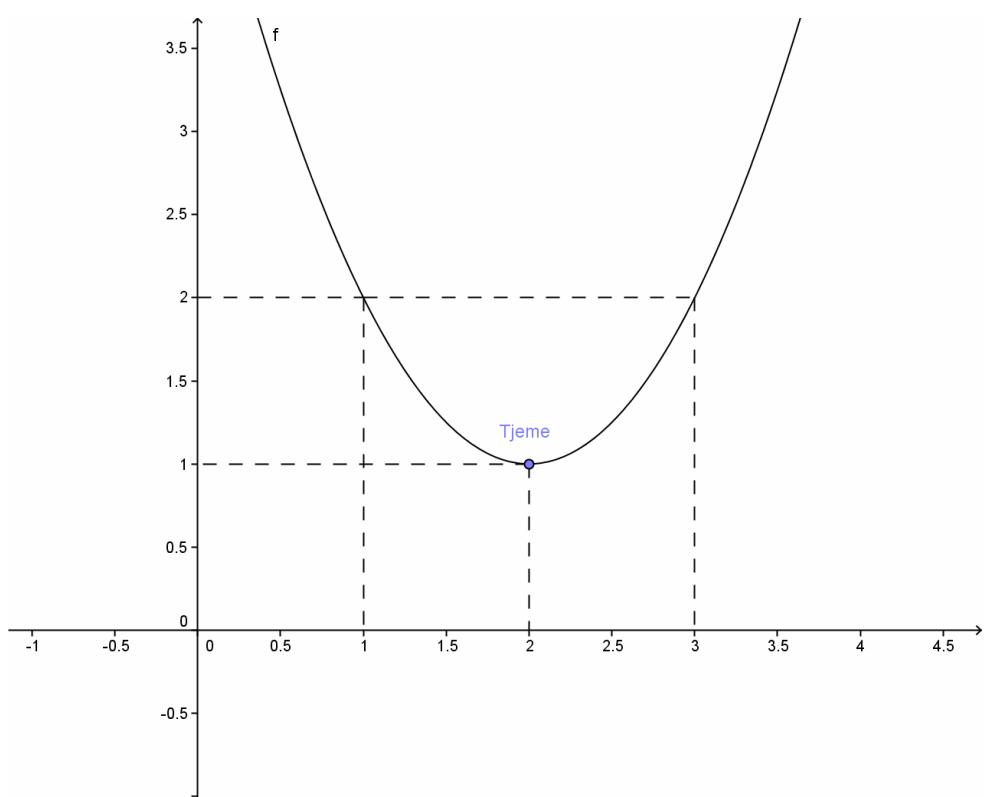
b)



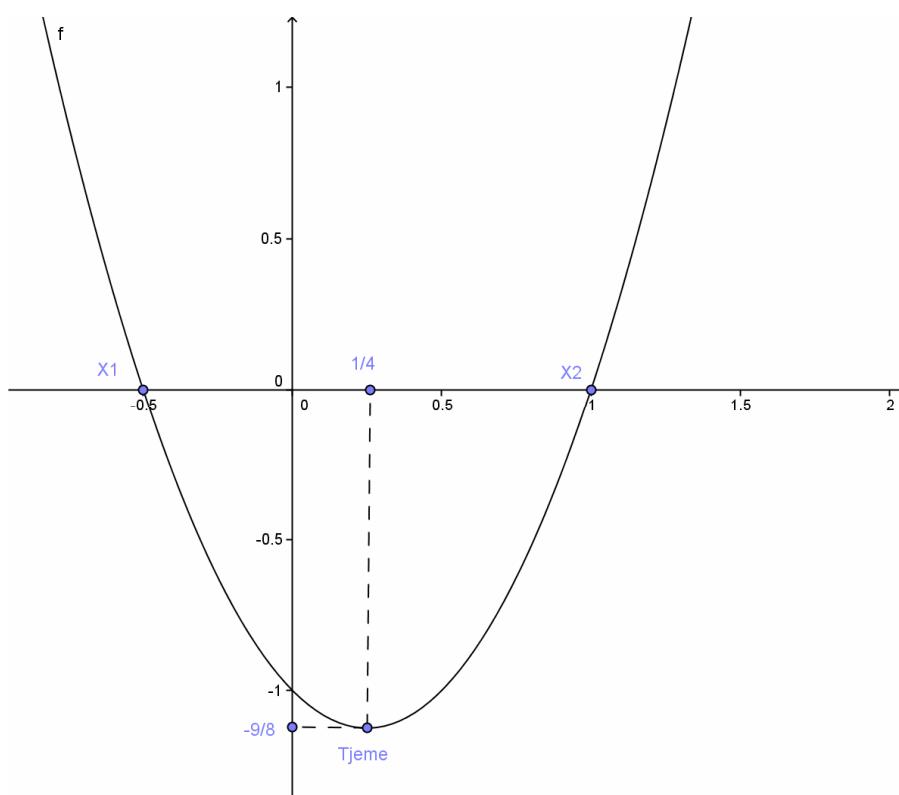


Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

c)



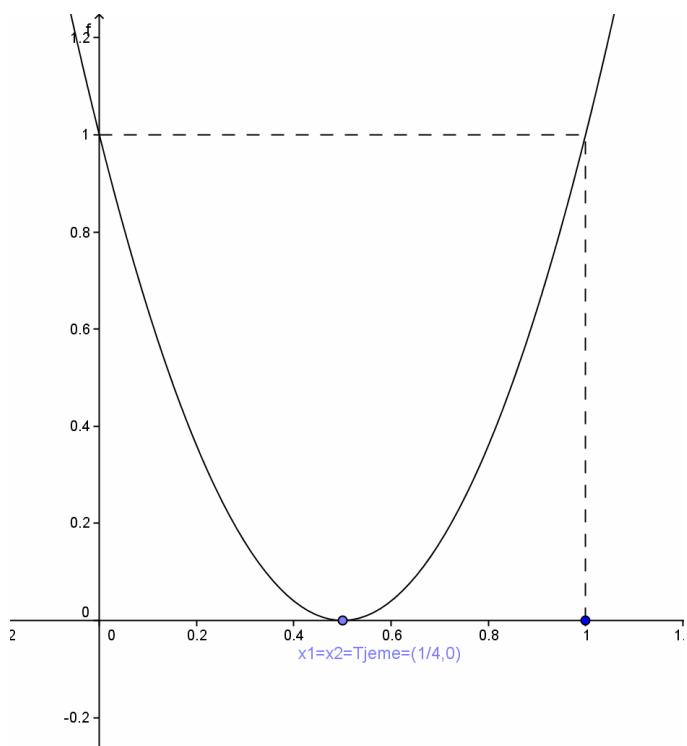
d)



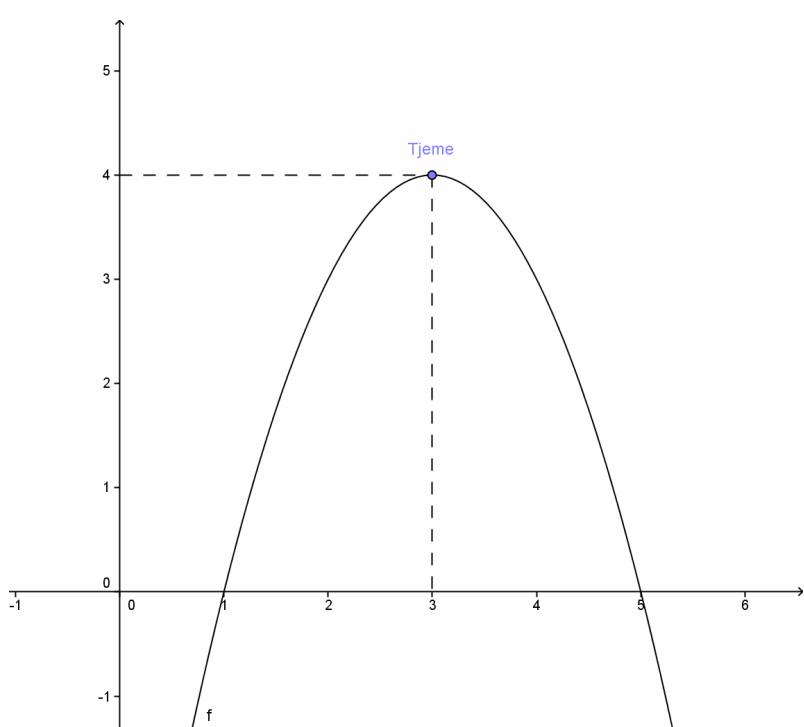


Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

e)



f)





Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

2. Odredi polinom drugog stupnja $f(x) = ax^2 + bx + c$, ako je zadano :

- a) $f(0) = -1, f(1) = 4, f(-1) = 6$.
- b) $f(0) = 3, f(1) = 2, f(4) = 3$
- c) $f(0) = 2, f(-2) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}$
- d) $f(0) = 1, f(-1) = -2, f(1) = 0$
- e) $f(0) = -1, f(-2) = 7, f(2) = -1$
- f) $f(0) = -3, f(-1) = -4, f(1) = 0$

Pomoć: Potpuno je riješen zadatak pod c) a za ostale je dano rješenje.

a) $f(x) = 6x^2 - x - 1$

b) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 3$

$$f(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 2 \quad 4a - 2b + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} c) \quad f(-2) = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c = 0 &\Rightarrow c = 2 &\Rightarrow \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + 2 = \frac{5}{4} / \cdot 4 &\Rightarrow \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + b \cdot \frac{1}{2} + c = \frac{5}{4} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4a - 2b = -2 \\ a + 2b + 8 = 5 \end{aligned} \quad \text{Zbrojimo jednadžbe} \Rightarrow 5a + 8 = 3 \Rightarrow 5a = -5 / :5 \Rightarrow a = -1$$

\Rightarrow uvrstimo u prethodnu jednadžbu: $-1 + 2b + 8 = 3 \Rightarrow 2b = 3 - 8 + 1 \Rightarrow$

$$2b = -2 / :2 \Rightarrow b = -1$$

Pa je rješenje: $f(x) = -x^2 - x + 2$

d) $f(x) = -2x^2 + x + 1$

e) $f(x) = x^2 - 2x - 1$

f) $f(x) = 5x^2 - 2x - 3$

3. Riješi kvadratnu nejednadžbu grafički i računski :

a) $-x^2 + 5x - 4 \leq 0$

b) $x^2 - x - 6 \leq 0$

c) $-2x^2 - x - 1 \geq 0$

d) $-4x^2 + 4x + 3 \leq 0$

e) $-3x^2 + 4x + 1 \geq 0$

f) $2x^2 - 7x - 15 \geq 0$





Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

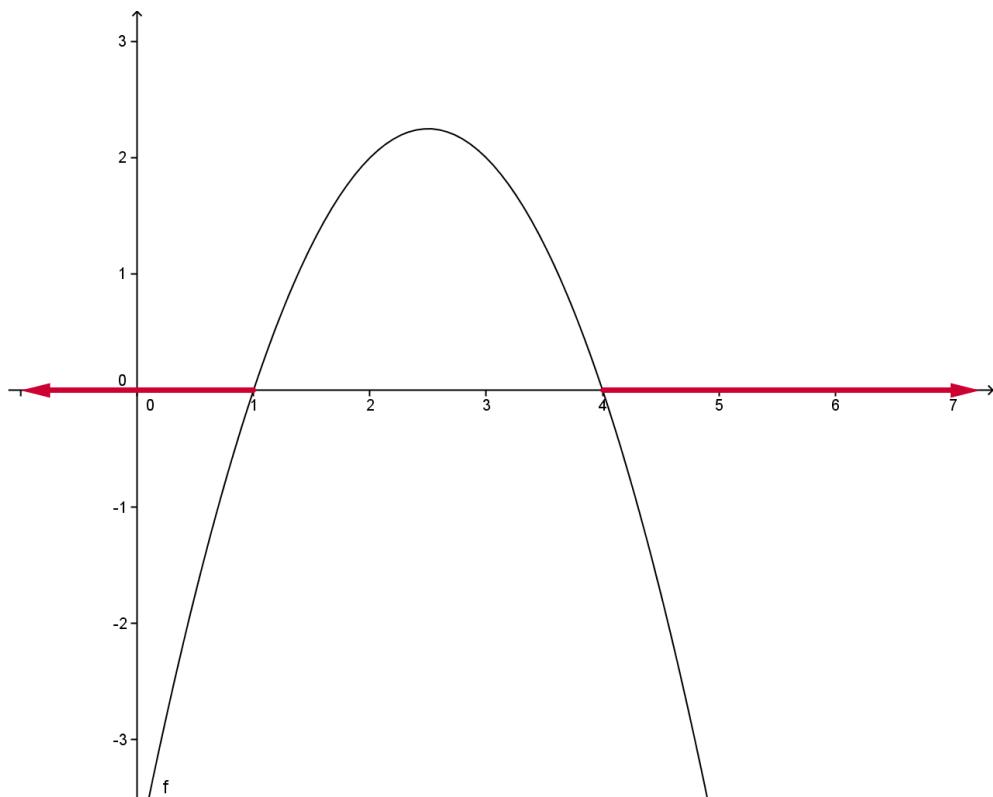
Pomoć: Da bi našli rješenja nejednadžbe dovoljno je naći nul točke kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ i skicirati je u koordinatnom sustavu, znajući kako je okrenuta po predznaku vodećeg koeficijenta. Iz grafa funkcije lako očitamo za koje vrijednosti x.a su vrijednosti funkcije pozitivne ili negativne, ovisno o tome što se traži u nejednadžbi.

a) Pogledajmo to na primjeru zadatka: $-x^2 + 5x - 4 \leq 0$

Izračunajmo nul točke:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-5 \pm 3}{-2} \Rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = 4$$

Skicirajmo graf kvadratne funkcije, za koju znamo, jer je $a = -1 < 0$, da je okrenuta otvorom prema dolje:



Iz grafa se lako očita da je $f(x) \leq 0$ odnosno $-x^2 + 5x - 4 \leq 0$ za $x \in (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

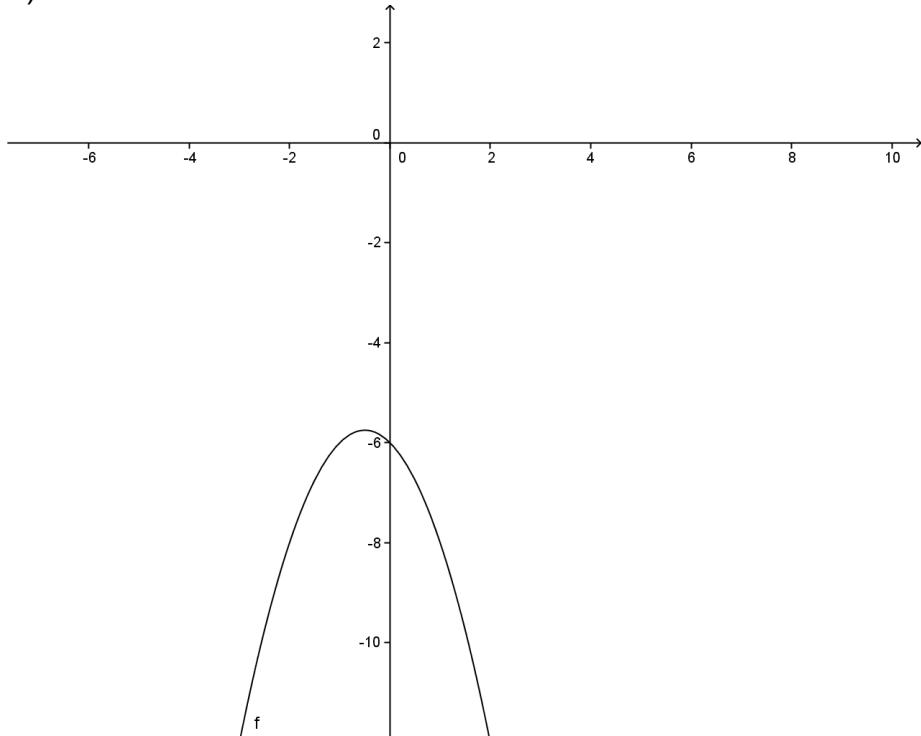




Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

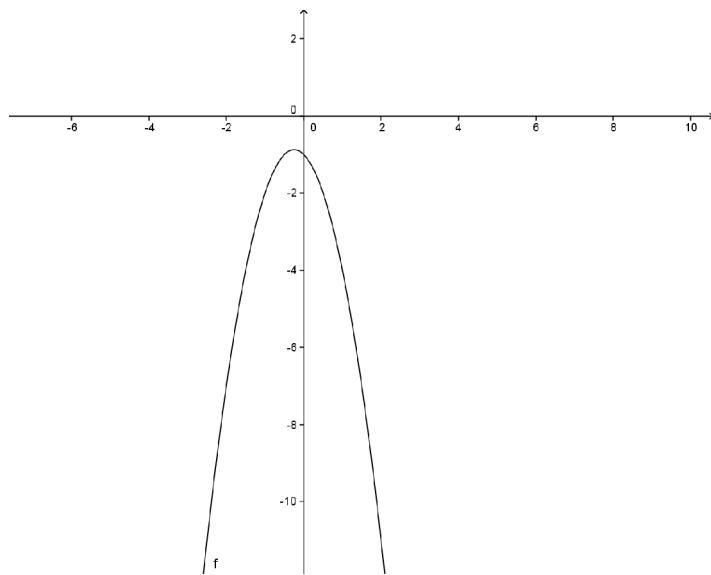
Za ostale zadatke dan je samo graf funkcije i označeno rješenje:

b)



Kako funkcija nema realne nul točke, a $y < 0$ graf poprima samo negativne vrijednosti od y, pa je rješenje čitav skup \mathbb{R} , a to pišemo ovako: $x \in \mathbb{R}$.

c)



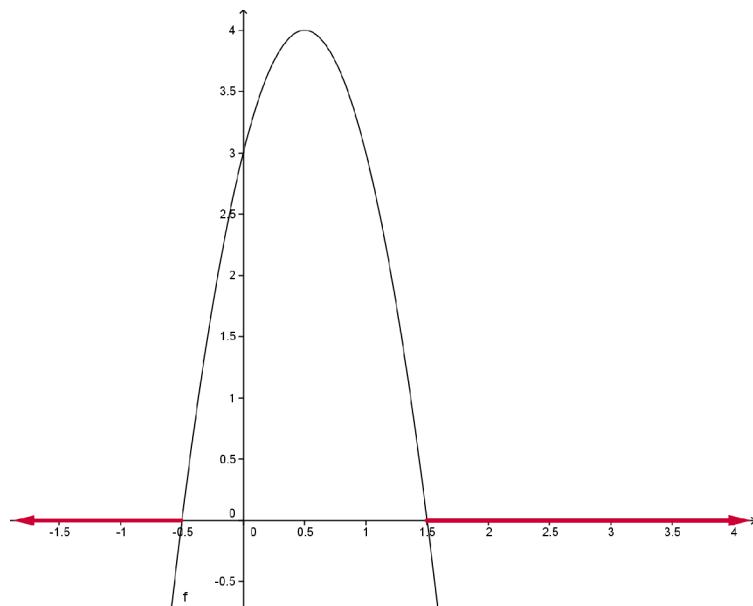
Kako graf funkcije poprima samo negativne vrijednosti za y nelednadžba: $-2x^2 - x - 1 \geq 0$ nema rješenja, a to pišemo ovako: $x \in \emptyset$.





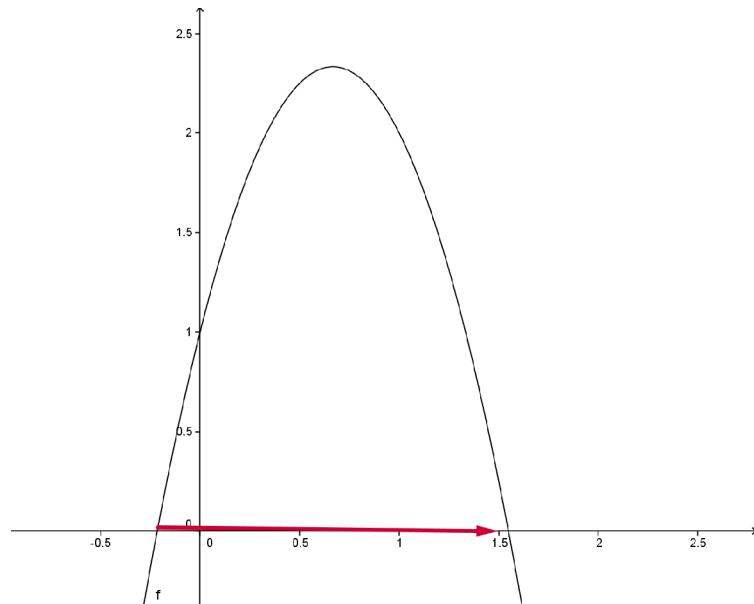
Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

d)



$$x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

e)



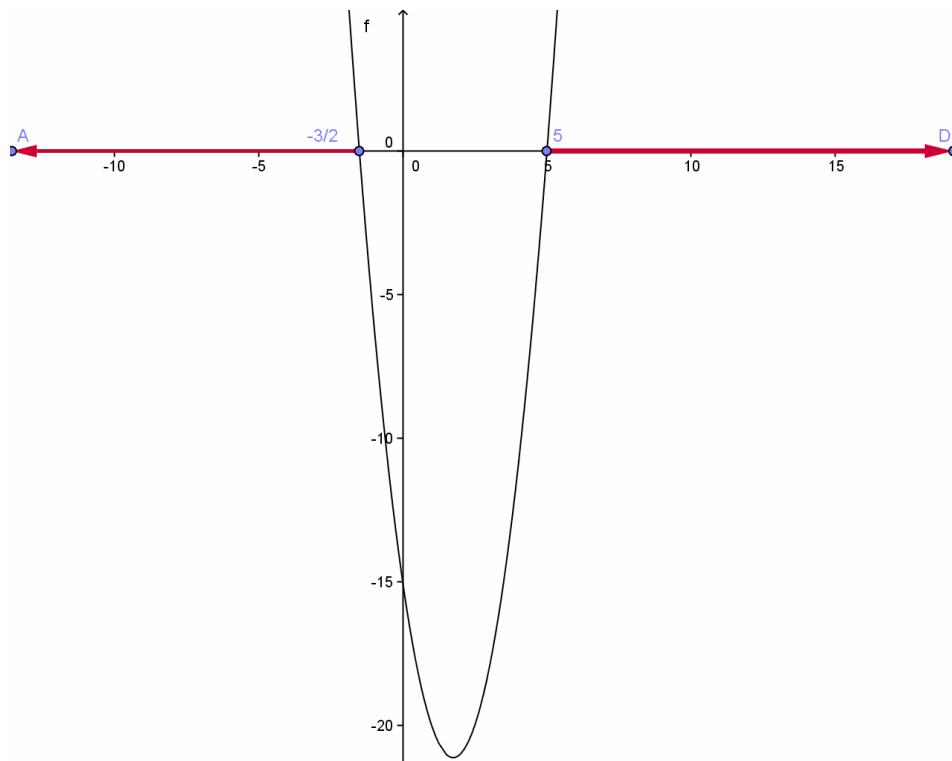
$$x \in \left[-\frac{1}{6}, \frac{3}{2}\right]$$





Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

f)



$$x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup [5, +\infty)$$



Zadaci za lumene:

4. Ako su -1 i 2 nultočke polinoma drugog stupnja, a najveća vrijednost polinoma iznosi 3 , odredi taj polinom.
5. Odredi broj $c \in \mathbb{R}$ tako da točka $A(3, -4)$ pripada grafu funkcije $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + c$.
6. Zadana je kvadratna funkcija $f(x) = x^2 + 2x + 3p - 1$. Nađi $p \in \mathbb{R}$ takav da funkcija nema realnih nul točaka.
7. Za koje vrijednosti realnog parametra p kvadratna funkcija $f(x) = x^2 - 5x + p$ ima jednu nul točku?





Vježbe za test: Kvadratna funkcija i njena primjena

Primjer ispita znanja:

1. Dana je funkcija $f(x) = x^2 - 2x - 3$
 - a) Koji je vodeći (kvadratni) koeficijent ove funkcije? Kako nazivamo graf kvadratne funkcije? Koji je njen položaj?
 - b) Kolika je diskriminanta pripadajuće kvadratne jednadžbe? Što nam ona govori o vrsti nultočki funkcije?
 - c) Kako glase nultočke funkcije?
 - d) Kako glasi tjeme funkcije? Koji ekstrem funkcija dostiže u apscisi tjemena?
 - e) Skiciraj graf funkcije.
 - f) Prouči tok funkcije.
 - g) Riješi kvadratnu nejednadžbu: $x^2 - 2x - 3 \leq 0$
2. Odredi polinom drugog stupnja $f(x) = ax^2 + bx + c$, ako je zadano: $f(0) = -1$, $f(1) = 4$, $f(-1) = 6$.
3. Ako su -1 i 2 nul točke polinoma drugog stupnja, a najveća vrijednost polinoma iznosi 3 , odredi taj polinom.

