

Kompleksni brojevi - Primjeri i zadaci za vježbu

20. siječnja 2011.

$$i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$$

Broj označen s i , takav da je $i^2 = -1$ nazivamo **imaginarnom jedinicom**.

Imaginarni broj je umnožak realnog broja b i imaginarnih jedinica i , tj. broj oblika bi , $b \in \mathbf{R}$

Ako je $z = a + bi$ kompleksni broj, onda realni broj a nazivamo **realnim dijelom kompleksnog broja** z i pišemo $\operatorname{Re} z = a$, a realni broj b nazivamo imaginarnim dijelom kompleksnog broja z i pišemo $\operatorname{Im} z = b$

Primjeri:

1. $z = -3 + 4i \quad \operatorname{Re} z = -3, \operatorname{Im} z = 4$

2. $z = 5i \quad \operatorname{Re} z = 0, \operatorname{Im} z = 5$

3. $z = 6 \quad \operatorname{Re} z = 6, \operatorname{Im} z = 0$

Zadatak: Izračunaj realne i imaginarni dijelove kompleksnih brojeva:

1. $z = 6 - 4i \quad \operatorname{Re} z = \quad , \operatorname{Im} z = \quad$

2. $z = -5 + 4i \quad \operatorname{Re} z = \quad , \operatorname{Im} z = \quad$

3. $z = 4i$ $Rez =$, $Imz =$

Zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva

Primjer:

1. $z_1 = 5 - 6i$, $z_2 = 2 + 3i$

$$z_1 + z_2 = 5 - 6i + 2 + 3i = 5 + 2 + i(-6 + 3) = 7 - 3i$$

$$z_1 - z_2 = 5 - 6i - (2 + 3i) = 5 - 6i - 2 - 3i = 5 - 2 - i(6 + 3) = 3 - 9i$$

2. $z_1 = 2 + 7i$, $z_2 = -1 + 9i$

$$z_1 + z_2 = 2 + 7i - 1 + 9i = 2 - 1 + i(7 + 9) = 1 + 16i$$

$$z_1 - z_2 = 2 + 7i - (-1 + 9i) = 2 + 7i + 1 - 9i = 2 + 1 + i(7 - 9) = 3 - 2i$$

Zadatak:

1. $z_1 = 5 - 6i$, $z_2 = -2 + i$

$$z_1 + z_2 =$$

$$z_1 - z_2 =$$

2. $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 3 - 2i$

$$z_1 + z_2 =$$

$$z_1 - z_2 =$$

Množenje kompleksnih brojeva

Primjer:

1. $z_1 = 1 - i$ $z_2 = 2 + 3i$

$$z_1 \cdot z_2 = (1 - i) \cdot (2 + 3i) = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3i + (-i) \cdot 2 + (-i) \cdot 3i = 2 + 3i - 2i - 3 \cdot i^2 = 2 + i - 3(-1) = 2 + i + 3 = 5 + i$$

Zadatak:

1. $z_1 = 2 - 6i$ $z_2 = 1 + 2i$

$$z_1 \cdot z_2 =$$

Dijeljenje kompleksnih brojeva

Primjer:

$$1. z_1 = 1 - i \quad z_2 = 2 + 3i$$

$$\frac{1-i}{2+3i} = \frac{1-i}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{2-3i-2i+3i^2}{(2)^2-(3i)^2} = \frac{2-5i-3}{4+9} = \frac{-1-5i}{13}$$

Zadatak:

$$1. z_1 = 2 - 3i \quad z_2 = 4 + 2i$$

$$\frac{2-3i}{4+2i} =$$

Konjugirano kompleksni brojevi

Brojevi $z = a + bi$ i $\bar{z} = a - bi$ su konjugirano kompleksni.

Primjer:

$$1. z = 1 + 2i \quad \bar{z} = 1 - 2i$$

$$2. z = -3 - i \quad \bar{z} = -3 + i$$

$$3. z = 2i \quad \bar{z} = -2i$$

$$4. z = 5 \quad \bar{z} = 5$$

Zadaci:

$$1. z = 3 + 2i \quad \bar{z} =$$

$$2. z = -4 - 7i \quad \bar{z} =$$

$$3. z = 5i \quad \bar{z} =$$

$$4. z = 6 \quad \bar{z} =$$